



UNIVERSITY OF NORTH BENGAL
B.Sc. Programme 1st Semester Examination, 2020

DSC1-MATHEMATICS
CALCULUS AND GEOMETRY

Full Marks: 60

ASSIGNMENT

*The figures in the margin indicate full marks.
All symbols are of usual significance.*

GROUP-A / বিভাগ-ক / সমূহ-ক

1. Answer **all** questions:

2×6 = 12

সবগুলি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

सबै प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् :

(a) Find the area of the curve $xy = c^2$ bounded by x -axis and $x = a$, $x = b$.

x -অক্ষ এবং $x = a$, $x = b$ দ্বারা সীমাবদ্ধ $xy = c^2$ বক্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

x -অক্ষ দ্বারা বাধ্য $xy = c^2$ का क्षेत्र पत्ता लगाउनुहोस् र $x = a$, $x = b$ ।

(b) Find the horizontal asymptotes, if any, of the curve

$$x^2 = \frac{y}{y^2-16}$$

$x^2 = \frac{y}{y^2-16}$ বক্রটির যদি কোন অনুভূমিক asymptotes থাকে তা নির্ণয় কর।

यदि कुनै वक्र $x^2 = \frac{y}{y^2-16}$ भएमा, तेस्रो एसिम्प्टिक (asymptotes) फेला पार्नुहोस् ।

(c) What type of curve is represented by the equation $x^2 - 3xy + 5y^2 = 0$?

$x^2 - 3xy + 5y^2 = 0$ समीकरणটির द्वारा कि धरনের वक्र उपस्थापित হয় ?

$x^2 - 3xy + 5y^2 = 0$, समीकरणले कुन प्रकारको वक्रको प्रतिनिधित्व गर्दछ ?

(d) Find the reduction formula for $\int \tan^n x dx$, where n is a positive integer.

n একটি धनात्मक সংখ্যা হলে $\int \tan^n x dx$ -এর অপসারি (reduction) সূত্রটি নির্ণয় কর।

$\int \tan^n x dx$ को लागी घटाउने सूत्र (reduction formula) फेला पार्नुहोस् जहाँ धनात्मक पूर्णांक (positive integer) हो ?

(e) Find the envelope of $A\lambda^2 + 2B\lambda + C = 0$, where A, B, C are functions of x and y and λ is a parameter.

$A\lambda^2 + 2B\lambda + C = 0$ -এর Envelope নির্ণয় কর যেখানে A, B, C ; x এবং y -এর অপেক্ষক এবং λ একটি parameter ।

$A\lambda^2 + 2B\lambda + C = 0$ को envelope फेला पार्नुहोस् जब A, B, C x र y को function हो र λ parameter हो।

(f) Evaluate: / निर्णय करः/ मूल्यांकन गर्नुहोस् :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$$

GROUP-B / विभाग-ख / समूह-ख

Answer all questions

5×4 = 20

सबकुलि प्रश्नर उतर दाओ

सबै प्रश्नको उत्तर दिनुहोस्

2. (a) If $y^{1/m} + y^{-1/m} = 2x$, then prove that 3

$$(x^2 - 1)y_{n+2} + (2x + 1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0$$

यदि $y^{1/m} + y^{-1/m} = 2x$ हय, ता हले प्रमाण कर

$$(x^2 - 1)y_{n+2} + (2x + 1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0$$

यदि $y^{1/m} + y^{-1/m} = 2x$, त्यसो भए $(x^2 - 1)y_{n+2} + (2x + 1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0$ प्रमाणित गर्नुहोस्।

(b) If $y = x^3 \cos x$, find y_n . 2

$y = x^3 \cos x$ हले y_n निर्णय कर।

यदि $y = x^3 \cos x$, y_n खोज्नुहोस्।

3. (a) If the straight line $r \cos(\theta - \alpha) = p$ touches the parabola $\frac{l}{r} = 1 + \cos \theta$, then show 3

that $p = \frac{l}{2} \sec \alpha$.

यदि $r \cos(\theta - \alpha) = p$ सरलरेखाटि $\frac{l}{r} = 1 + \cos \theta$ अधिवृत्तिके स्पर्श करे ता हले

प्रमाण कर $p = \frac{l}{2} \sec \alpha$ ।

यदि सीधा रेख $r \cos(\theta - \alpha) = p$ ले पराबला $\frac{l}{r} = 1 + \cos \theta$ लाई हुन्छ भनै तब त्यो

$p = \frac{l}{2} \sec \alpha$ हो देखाउनुहोस्।

(b) Transform the following equation in polar coordinates: 2

निम्नर समीकरणटिके पोलार स्थानाङ्के रूपान्तरित करः

निम्न समीकरणलाई ध्रुव निर्देशांकमा (polar coordinates) रूपान्तरण गर्नुहोस्:

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$$

4. (a) Find the centre and the radius of the circle given by $2x - 3y + 6z = 62$, 3

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 58 = 0.$$

वृत्तटिर केन्द्र एवं व्यासार्ध निर्णय कर।

$$2x - 3y + 6z = 62, x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 58 = 0.$$

$2x - 3y + 6z = 62$, $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 58 = 0$ द्वारा दिएको गोलाकारको केन्द्र र त्रिज्या (radius) फेला पार्नुहोस्।

(b) Prove that $y = x^4$ is concave upwards at the origin. 2

प्रमाण कर $y = x^4$ मूलबिन्दुते उर्ध्वमुखी अवतल।

यो प्रमाणित गर्नुहोस् कि $y = x^4$ मूलमा माथितिर (concave upwards) अवतल रहेको छ।

5. (a) Deduce the reductions formula for $\int \cos^4 x dx$ and evaluate $\int_0^{\pi/2} \cos^4 x \sin^2 x dx$. 4

$\int \cos^4 x dx$ -एर अपसारि (Reductions) सूत्र निर्णय कर एवं $\int_0^{\pi/2} \cos^4 x \sin^2 x dx$ -एर मान निर्णय कर।

$\int \cos^4 x dx$ का लामि कटौती सूत्र (reductions formula) घटाउनुहोस् र $\int_0^{\pi/2} \cos^4 x \sin^2 x dx$ को मूल्यांकन गर्नुहोस्।

(b) Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{1/x}$. 1

मान निर्णय करः $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{1/x}$ ।

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{1/x}$ को मूल्यांकन गर्नुहोस्।

GROUP-C / विभाग-ग / समूह-ग

Answer all questions

7×4 = 28

सबकुलि प्रश्नेर उत्तर दाओ

सबै प्रश्नका उत्तर दिनुहोस्

6. (a) Find the points of inflexion on the curve 3

$$r = a \frac{\theta^2}{\theta^2 - 1}$$

$r = a \frac{\theta^2}{\theta^2 - 1}$ वक्रटिर points of inflexion निर्णय कर।

$r = a \frac{\theta^2}{\theta^2 - 1}$ वक्रको points of inflexion खोजनुहोस्।

(b) Show that the curve $y = (1-x)/(1+x^2)$ has three points of inflexion which lies on a straight line. 4

देखाओ ये $y = (1-x)/(1+x^2)$ वक्रटिर तिनटि points of inflexion आछे यारा एकटि सरलरेखाय अवस्थित।

वक्र $y = (1-x)/(1+x^2)$ को तीन points of inflexion छ भनेर देखउनुहोस् जो एक सीधा रेखाको रूप मा झूठछ।

7. (a) Find the area enclosed between the parabolas $y^2 = 4a(x+a)$ and $y^2 = -4a(x-a)$. 3

$y^2 = 4a(x+a)$ এবং $y^2 = -4a(x-a)$ অধিবৃত্ত দুটির মধ্যে আবদ্ধ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

$y^2 = 4a(x+a)$ র $y^2 = -4a(x-a)$ প্যারাবোলা হরুको बीचमा बन्द भएको क्षेत्र फेला पार्नुहोस्।

- (b) Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to the line $x = -\frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ and whose guiding curve is the ellipse $x^2 + 2y^2 = 1, z = 3$. 4

ये जोङ्गेर उँपपादक रेखा $x = -\frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ रेखाটির समांतराल এবং यार प्रदर्शक वक्रটি একটি उपवृत्त $x^2 + 2y^2 = 1, z = 3$, इहार समीकरण निर्णय कर।

सिलिन्डरको समीकरण खोजनुहोस् जसका जेनेरेटरहरू रेखा $x = -\frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ संग समानता (parallel) छ र जसको मार्गदर्शक वक्र दीर्घवृत्त (ellipse) $x^2 + 2y^2 = 1, z = 3$ हो।

8. (a) If $y = e^{-x} \cos x$, then prove that $y_4 + 4y = 0$. 4

यदि $y = e^{-x} \cos x$, ता हले प्रमाण कर $y_4 + 4y = 0$ ।

यदि $y = e^{-x} \cos x$, त्यसो भए $y_4 + 4y = 0$ प्रमाणित गर्नुहोस्।

- (b) Sketch the graph of $y = \log_e(1-x^2)$ roughly. 3

$y = \log_e(1-x^2)$ -एर खसड़ा लेखचित्र अङ्कन कर।

लगभग $y = \log_e(1-x^2)$ को ग्राफ स्केच गर्नुहोस्।

9. (a) If $I_n = \int_0^{\pi} \left(\frac{\sin nx}{\sin x} \right)^2 dx$, then show that $I_{n+1} = 2I_n - I_{n-1}$. 4

यदि $I_n = \int_0^{\pi} \left(\frac{\sin nx}{\sin x} \right)^2 dx$ हय ता हले देखाओ ये $I_{n+1} = 2I_n - I_{n-1}$ ।

यदि $I_n = \int_0^{\pi} \left(\frac{\sin nx}{\sin x} \right)^2 dx$, त्यसो भए $I_{n+1} = 2I_n - I_{n-1}$ देखउनुहोस्।

- (b) Find the equation of the sphere which passes through the origin and intercepts a, b, c on the coordinate axes respectively. 3

ये गोलकटि मूलबिन्दुगामी এবং यार स्थानाङ्क अक्षेर सहित छेदितांश यथाक्रमे a, b, c इहार समीकरण निर्णय कर।

क्षेत्रको समीकरण खोजनुहोस् जुन मूलबाट पार हुन्छ र क्रमशः इन्टरसेप्ट a, b, c coordinate axes मा अवरोध गर्दछ।

—x—