



UNIVERSITY OF NORTH BENGAL
B.Sc. Programme 5th Semester Examination, 2020

SEC1 (P1)-MATHEMATICS

Full Marks: 60

ASSIGNMENT

*The figures in the margin indicate full marks.
All symbols are of usual significance.*

The question paper contains SEC1A and SEC1B. Candidates are required to answer any *one* from the *two* Courses and they should mention it clearly on the Answer Book.

SEC1A

Probability and Statistics

GROUP-A / বিভাগ-ক / সমূহ-ক

Answer all questions

2×6 = 12

নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও

সবই প্রশ্নকা উত্তর দিনুহোস্

1. (a) Show that the probability of occurrence of only one of the events A and B is $P(A) + P(B) - 2P(AB)$. 2

দেখাও যে, A এবং B ঘটনা দুটির ঠিক একটি ঘটনার সম্ভাবনা $P(A) + P(B) - 2P(AB)$.

A র B ঘটনাহরু মধ্যে কেবল এককো ঘটনে সম্ভাবনা $P(A) + P(B) - 2P(AB)$ হো भनि देखाउनुहोस्।

- (b) Prove that $E(X^2) \geq \{E(X)\}^2$. 2

প্রমাণ কর যে $E(X^2) \geq \{E(X)\}^2$

$E(X^2) \geq \{E(X)\}^2$ প্রমাণিত গর্নুহোস্।

- (c) A random variable X has the density function 2

$$f(x) = \frac{a}{x^2 + 1}, \quad -\infty < x < \infty$$

Find the probability that X^2 lies between $\frac{1}{3}$ and 1.

একটি যথেষ্ট চলরাশি X -এর সম্ভাবনা ঘনত্ব অপেক্ষক (Probability density function)

$$f(x) = \frac{a}{x^2 + 1}, \quad -\infty < x < \infty$$

X^2 -এর মান $\frac{1}{3}$ ও 1-এর অন্তর্বর্তী হওয়ার সম্ভাবনা (Probability) নির্ণয় কর।

এক অনিয়মিত চরসংগ ঘনত্ব ফংকশান $f(x) = \frac{a}{x^2 + 1}$, $-\infty < x < \infty$ হো, $\frac{1}{3}$ র 1 बीचमा

X^2 छ भनै सम्भावना खोजनुहोस्।

(d) If $P(X = -1) = \frac{1}{6}$, $P(X = 0) = \frac{1}{3}$ and $P(X = 1) = \frac{1}{3}$, then find $E(2X + 1)$. 2

যদি $P(X = -1) = \frac{1}{6}$, $P(X = 0) = \frac{1}{3}$ এবং $P(X = 1) = \frac{1}{3}$ হয়, তবে $E(2X + 1)$ -এর মান নির্ণয় কর।

যদি $P(X = -1) = \frac{1}{6}$, $P(X = 0) = \frac{1}{3}$ র $P(X = 1) = \frac{1}{3}$ হো, মনৈ $E(2X + 1)$ খোজ্জুহোস্।

(e) The first, second and third moments of a probability distribution about the point 2 are 1, 16, -40 respectively. Find the third central moment. 2

সম্ভাবনা বণ্টন-এর (Probability Distribution)-এর প্রথম, দ্বিতীয় এবং তৃতীয় ক্রমের moment বিন্দু 2-এ হল যথাক্রমে 1, 16 এবং -40. তৃতীয় ক্রমের কেন্দ্রীয় (central) moment নির্ণয় কর।

পোইন্ট 2 কো बारेमा सम्भावितता वितरणको पहिलो, दोस्रो र तेस्रो क्षण क्रमशः 1, 16, -40 हो। तेस्रो केन्द्रीय क्षण (moment) खोज्जुहोस्।

(f) If X is a $N(0, 1)$ variate, find the variance of e^X . 2

যদি X একটি $N(0, 1)$ চল হলে e^X -এর ভেদ মান (variance) নির্ণয় কর।

যদি X $N(0, 1)$ variate হো মনৈ, e^X কো (variance) খোজ্জুহোস্।

GROUP-B / বিভাগ-খ / সমূহ-খ

Answer all questions

5×4 = 20

নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও

সবই প্রশ্নকা উত্তর দিনুহোস্

2. (a) A continuous distribution has probability density function $f(x) = ae^{-ax}$ ($0 < x < \infty$; $a > 0$). Calculate the moment generating function and hence obtain α_k , where α_k is the k -th order ordinary moment. 5

একটি নিরবিচ্ছিন্ন বণ্টন-এর সম্ভাবনা ঘনত্ব অপেক্ষক $f(x) = ae^{-ax}$ ($0 < x < \infty$; $a > 0$) হলে, moment generating function নির্ণয় কর এবং সেখান থেকে α_k নির্ণয় কর, যেখানে α_k হল k -তম ক্রমের ordinary moment.

লগাতার वितरणमा सम्भाव्यता घनत्व प्रकार्य $f(x) = ae^{-ax}$ ($0 < x < \infty$; $a > 0$) হো। Moment generating function গণনা গর্নুহোস্ র त्यसेले α_k प्राप्त गर्नुहोस् जहाँ α_k k -th order ordinary moment हो।

(b) There are two identical boxes. The first box contains 5 white and 7 red balls and second box contains 5 white and 5 red balls. One box is selected at random and a ball is drawn from it. If the ball drawn is found to be white. What is the probability that it is drawn from the second box? 5

একই রকমের দুইটি বাক্সের প্রথমটিতে 5টি সাদা, 7টি লাল বল এবং দ্বিতীয়টিতে 5টি সাদা, 5টি লাল বল আছে। যথেষ্টভাবে একটি বাক্স নিয়ে সেখান থেকে একটি বল তোলা হল। যদি বলটি সাদা হয়, তবে বলটি দ্বিতীয় বাক্স থেকে তোলার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

त्यहाँ दुई समान बक्स छ। पहिलो बक्समा 5 वाटा सेतो र 7 वाटा रातो बलहरू छ र दोस्रो बक्समा 5 वाटा सेतो र 5 वाटा रातो बलहरू छ। एक बक्स अनियमित मा चयन गरिएको छ र एक बल यो बाट खींचिएको छ। यदि खींचिएको बाल सेतो पाईयो भने। यो दोस्रो बक्सवाट खींचिएको सम्भावना के हो ?

- (c) Find the moment generating function of a continuous distribution having p.d.f. 5

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2e^{-x} & , 0 < x < \infty \\ 0 & , \text{elsewhere} \end{cases}$$

and hence find mean and variance.

একটি নিরবিচ্ছিন্ন বণ্টন-এর সম্ভাবনা ঘনত্ব অপেক্ষক (p.d.f.)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2e^{-x} & , 0 < x < \infty \\ 0 & , \text{অন্যথা} \end{cases}$$

হলে নিরবিচ্ছিন্ন বণ্টনটির (continuous distribution) moment generating function এবং সেখান থেকে গড়মান এবং ভেদমান নির্ণয় কর।

ऐवाटा (continuous distribution) जसको (p.d.f.) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2e^{-x} & , 0 < x < \infty \\ 0 & , \text{elsewhere} \end{cases}$ हो

त्यसको moment generating function खोज्नुहोस् र यसले मध्य र भिन्नता (mean and variance) खोज्नुहोस्।

- (d) Let X and Y are jointly distributed with p.d.f. 5

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4}(1+xy) & ; |x| < 1, |y| < 1 \\ 0 & ; \text{elsewhere} \end{cases}$$

Show that X and Y are not independent but X^2 and Y^2 are independent.

X, Y चलराशिर युक्त बण्टनेर (jointly distributed) सम्भावना घनत্ব अपेक्षक (p.d.f.)

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4}(1+xy) & ; |x| < 1, |y| < 1 \\ 0 & ; \text{अन्यथा} \end{cases}$$

देखाओ ये, X एवं Y हल पराधीन, किन्तु X^2 एवं Y^2 हल स्वाधीन।

X र Y लाई संयुक्तरूपमा वितरित (jointly distributed) सोचनुहोस् जसको (p.d.f.)

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4}(1+xy) & ; |x| < 1, |y| < 1 \\ 0 & ; \text{elsewhere} \end{cases}$$

स्वतन्त्र छ भनेर देखाउनुहोस्।

GROUP-C / বিভাগ-গ / সমূহ-গ

Answer all questions

7×4 = 28

নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও

সবই প্রহনকা উত্তর দিনুহোस्

3. (a) (i) If X is a $N(0, 1)$ variate, then prove that $Y = \frac{1}{2}X^2$ is $\gamma(\frac{1}{2})$ variate. 3

X একটি $N(0, 1)$ চল (variate) হলে, প্রমাণ কর যে $Y = \frac{1}{2}X^2$ হল $\gamma(\frac{1}{2})$ চল।

यदि X , $N(0, 1)$ variate हो भने, $Y = \frac{1}{2}X^2$, $\gamma(\frac{1}{2})$ variate हो भनेर प्रमाणित गर्नुहोस्।

- (ii) The joint probability density function of two variates X, Y is given by 4

$$f(x, y) = \frac{6-x-y}{8}, \quad 0 < x < 2, \quad 2 < y < 4 \text{ and zero elsewhere, calculate}$$

$P(X < 1, Y < 3)$ and $P(X + Y < 3)$.

X, Y চল দুটির যুক্ত সম্ভাবনা ঘনত্ব অপেক্ষক (joint probability density function) হল

$$f(x, y) = \frac{6-x-y}{8}, \quad 0 < x < 2, \quad 2 < y < 4$$

$$= 0, \quad \text{অন্যথা}$$

হলে $P(X < 1, Y < 3)$ এবং $P(X + Y < 3)$ কত ?

दुई variates X, Y को संयुक्त सम्भावना घनत्व function $f(x, y) = \frac{6-x-y}{8}$,

$0 < x < 2, 2 < y < 4$ र zero elsewhere द्वारा दिइएको छ, $P(X < 1, Y < 3)$ र $P(X + Y < 3)$ गणना गर्नुहोस्।

- (b) (i) For any three events A, B and C show that 3

$$P(A \cup B | C) = P(A | C) + P(B | C) - P(A \cap B | C)$$

ये-कौन तिनटि घटना A, B ओ C -एर जन्य देखाओ ये

$$P(A \cup B | C) = P(A | C) + P(B | C) - P(A \cap B | C)$$

कुनै पनि तीन घटनाहरू A, B र C को लागि

$$P(A \cup B | C) = P(A | C) + P(B | C) - P(A \cap B | C) \text{ देखाउनुहोस्।}$$

- (ii) A point P is chosen at random on a line segment AB of length $2a$. Calculate the expected values of the rectangle $AP \cdot PB$ and the difference $|AP - PB|$. 4

$2a$ दैर्घ्येक एकटि रेखाक उपर अवस्थित एकटि बिन्दु P यथेच्छभावे निले, आयतक्षेत्र (rectangle) $AP \cdot PB$ एवं $|AP - PB|$ -एर आसन्न मान (expected value) निर्णय कर।

ऐवाटा रेखा खण्ड AB जसको लम्बाइ $2a$ छ तैसमा एक पोइन्ट P अनियमित रूपमा चुनिएको छ। आयत $AP \cdot PB$ को अपेक्षित मान गणना गर्नुहोस् र $|AP - PB|$ को फरक खोज्नुहोस्।

- (c) (i) Let X be a discrete random variable given by 4

x	-3	-1	0	1	2	3	5	8
$f(x)$	0.1	0.3	0.45	0.5	0.75	0.9	0.95	1.00

Find the probability mass function, $P(X \text{ is even})$ and $P(1 \leq X \leq 8)$.

X एकटि बिच्छिन यथेच्छ चल निम्नलिखितभावे संज्ञायितः

x	-3	-1	0	1	2	3	5	8
$f(x)$	0.1	0.3	0.45	0.5	0.75	0.9	0.95	1.00

सम्भावना भर अपेक्षक (probability mass function), $P(X \text{ युग्म (even)})$ एवं $P(1 \leq X \leq 8)$ निर्णय कर।

X लाई एक छुट्टै अनियमित (discrete random) variable हुन दिनुहोस्

x	-3	-1	0	1	2	3	5	8
$f(x)$	0.1	0.3	0.45	0.5	0.75	0.9	0.95	1.00

सम्भावना mass function खोज्नुहोस्, $P(X \text{ is even})$ and $P(1 \leq X \leq 8)$

- (ii) Verify $f(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda}$, $0 < x < \infty$ 3

$$= 0, \quad \text{elsewhere}$$

is a probability density function and find $P(2 < X < 6)$.

যাচাই (verify) কর

$$f(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda}, \quad 0 < x < \infty$$

$$= 0, \quad \text{অন্যত্র}$$

হল সম্ভাবনা ঘনত্ব অপেক্ষক (Probability density function) এবং $P(2 < X < 6)$ নির্ণয় কর।

$$\text{প্রমাণিত গর্নুহোস্ কে, } f(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda}, \quad 0 < x < \infty$$

$$= 0, \quad \text{elsewhere}$$

সম্ভাবনা density function হো র $P(2 < X < 6)$ খোজ্নুহোস্।

- (d) (i) If a random variable X is uniformly distributed with parameter μ and σ over $\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}, 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, then compute $P\left(|X - \mu| \geq \frac{3\sigma}{2}\right)$ and compare it with the upper bound obtained by Tchebycheff's inequality. 4

একটি যথেষ্ট চল X সমাহার বণ্টন যুক্ত (uniformly distributed) $\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}, 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ -এর উপর এবং যার parameter μ এবং σ , তাহলে $P\left(|X - \mu| \geq \frac{3\sigma}{2}\right)$ নির্ণয় কর এবং Tchebycheff's-অসমীকরণের (inequality) উচ্চ সীমা (upper bound)-এর সাথে $P\left(|X - \mu| \geq \frac{3\sigma}{2}\right)$ -এর প্রাপ্ত মানের তুলনা (Compare) কর।

যদি এক অনিয়মিত ম্যারীএবল X কো প্যারামিটার μ র σ $\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}, 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ মাথি সমান রুপমা বিতরিত চ ভনৈ, $P\left(|X - \mu| \geq \frac{3\sigma}{2}\right)$ গণনা গর্নুহোস্ র যো Tchebycheff's অসমানতা দ্বারা প্রাপ্ত মাথিকো বাউন্ডসঁগ তুলনা গর্নুহোস্।

- (ii) Find the mean, median and the mode of a binomial $\left(4, \frac{1}{4}\right)$ variate. 3

Binomial $\left(4, \frac{1}{4}\right)$ চল (variate)-এর গড়মান, মধ্যমা এবং সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় কর।

Binomial $\left(4, \frac{1}{4}\right)$ variate কো mean, median র mode খোজ্নুহোস্।

SEC1B

Differential Geometry

GROUP-A / বিভাগ-ক / সমূহ-ক

Answer all questions

2×6 = 12

নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও

সবই প্রহনকা উত্তর দিনুহোস্

1. (a) Prove that the curve 2

$$r(t) = \left(1+t, \frac{1+t^2}{t}, \frac{1-t}{t}\right) \text{ is planer.}$$

প্রমাণ কর বক্ররেখা

$$r(t) = \left(1+t, \frac{1+t^2}{t}, \frac{1-t}{t}\right) \text{-টি সমতলে অবস্থিত।}$$

कर्म $r(t) = \left(1+t, \frac{1+t^2}{t}, \frac{1-t}{t}\right)$ planer हो भनेर प्रमाणित गर्नुहोस्।

- (b) Give an example of a non-orientable surface. 2
 একটি non-orientable पृष्ठतलको उदाहरण दाओ।
 Non-orientable surface को एउटा उदाहरण दिनुहोस्।
- (c) Compute the curvature of the curve $r(u) = (a \cos u, a \sin u, bu)$, where $a^2 + b^2 = 1$. 2
 $r(u) = (a \cos u, a \sin u, bu)$, যেখানে $a^2 + b^2 = 1$ বক্ররেখাটির বক্রতা নির্ণয় কর।
 कर्म $r(u) = (a \cos u, a \sin u, bu)$, को curvature गणना गर्नुहोस् जहाँ $a^2 + b^2 = 1$
- (d) Is the unit sphere S^2 a smooth surface? — Justify. 2
 একক ব্যাসার্ধের গোলক S^2 মসৃণ পৃষ্ঠতল হবে কি? — ব্যাখ্যা কর।
 के एकाइ क्षेत्र (unit sphere) S^2 एउटा चिल्ली सतह (smooth surface) हो ? औचित्य गर्नुहोस्।
- (e) Calculate the second fundamental form of a plane. 2
 समतल (plane)-এর দ্বিতীয় মৌলিক গঠনটি (second fundamental form) উল্লেখ কর।
 एउटा (plane) को दोस्रो मौलिक फाराम गणना गर्नुहोस्।
- (f) Show that the curve $r(t) = (\sin t, \sqrt{2} t, -\cos t)$ has constant speed. 2
 देखाओ যে $r(t) = (\sin t, \sqrt{2} t, -\cos t)$ বক্ররেখাটি ধ্রুবগতি সম্পন্ন (unit speed).
 कर्म $r(t) = (\sin t, \sqrt{2} t, -\cos t)$ को स्थिर गति छ भने देखाउनुहोस्।

GROUP-B / বিভাগ-খ / সমূহ-খ

Answer all questions

5×4 = 20

নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও

सबै प्रश्नका उत्तर दिनुहोस्

2. (a) Define evolute of a regular closed curve r . 5
 Show that the evolute of the curve $r(t) = (a(t - \sin t), a(1 - \cos t))$, where $0 < t < 2\pi$ and $a > 0$, is a constant.
 একটি regular closed बक्ररेखाको evolute-টি उल्लेख कर।
 देखाओ যে $r(t) = (a(t - \sin t), a(1 - \cos t))$, যেখানে $0 < t < 2\pi$ এবং $a > 0$ बक्ररेखाটির evolute হল ধ্রুবক।
 Regular closed कर्म r की evolute को परिभाषा दिनुहोस्। कर्म $r(t) = (a(t - \sin t), a(1 - \cos t))$ जहाँ $0 < t < 2\pi$ र $a > 0$ को evolute स्थिर छ भने देखाउनुहोस्।
- (b) Calculate the second fundamental form of the surface 5
 $\sigma(u, v) = (u, v, u^2 + v^2)$
 $\sigma(u, v) = (u, v, u^2 + v^2)$ पृष्ठतलको द्वितीय मৌलिक गठनটি उल्लेख कर।
 Surface $\sigma(u, v) = (u, v, u^2 + v^2)$ को दोस्रो मौलिक फाराम गणना गर्नुहोस्।
- (c) Find the curvature of the curve 5
 $r(t) = \left(\frac{4}{5} \cos t, 1 - \sin t, -\frac{1}{5} \cos t\right)$

$r(t) = \left(\frac{4}{5} \cos t, 1 - \sin t, -\frac{1}{5} \cos t \right)$ বক্ররেখাটির বক্রতা (curvature)-টি নির্ণয় কর।

কর্ম $r(t) = \left(\frac{4}{5} \cos t, 1 - \sin t, -\frac{1}{5} \cos t \right)$ को curvature खोज्नुहोस्।

(d) Find the first fundamental form of

$$\sigma(\theta, \phi) = (\operatorname{sech} \theta \cos \phi, \operatorname{sech} \theta \sin \phi, \tanh \theta)$$

$\sigma(\theta, \phi) = (\operatorname{sech} \theta \cos \phi, \operatorname{sech} \theta \sin \phi, \tanh \theta)$ পৃষ্ঠতলের প্রথম মৌলিক গঠনটি নির্ণয় কর।

$\sigma(\theta, \phi) = (\operatorname{sech} \theta \cos \phi, \operatorname{sech} \theta \sin \phi, \tanh \theta)$ को पहिलो मौलिक फाराम खोज्नुहोस्।

5

GROUP-C / বিভাগ-গ / সমূহ-গ

Answer all questions

7×4 = 28

নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও

সবই প্রহনকা উত্তর দিনুহোस्

3. (a) (i) Calculate the Gaussian curvature of the surface

5+2

$$\sigma(u, v) = (u + v, u - v, uv)$$

$\sigma(u, v) = (u + v, u - v, uv)$ পৃষ্ঠতলের Gaussian বক্রতাটি নির্ণয় কর।

Surface $\sigma(u, v) = (u + v, u - v, uv)$ को Gaussian curvature गणना गर्नुहोस्।

(ii) For which values of the constant c , is $z(z + 4) = 3xy + c$ a smooth surface?

ধ্রুবক 'c'-এর কোন কোন মানের জন্য $z(z + 4) = 3xy + c$ পৃষ্ঠতলটি মসৃণ হবে?

स्थिर C का कुन मानहरूको लागि $z(z + 4) = 3xy + c$ एक चिल्ली सतह (smooth surface) हो ?

(b) (i) Prove that the curvature of the curve

5+2

$$r(t) = (t - \sinh t \cosh t, 2 \cosh t),$$

$t > 0$ is never zero, but that it tends to zero as $t \rightarrow \infty$.

देखाओ ये

$r(t) = (t - \sinh t \cosh t, 2 \cosh t)$, $t > 0$ बक्ररेखाটির বক্রতা কখনই শূন্য হবে না, কিন্তু ইহার মান শূন্যের দিকে যাবে যখন $t \rightarrow \infty$.

कर्म $r(t) = (t - \sinh t \cosh t, 2 \cosh t)$, $t > 0$ को curvature कहिल्यै शून्य हुँदैन तर $t \rightarrow \infty$ को रूपमा शून्य तिर (tends to zero) हुन्छ भनै प्रमाणित गर्नुहोस्।

(ii) Show that

$$r(t) = \left(\cos^2 t - \frac{1}{2}, \sin t \cos t, \sin t \right)$$

is a parameterization of the curve of intersection of the circular cylinder of radius $\frac{1}{2}$ and axis the z -axis with the sphere of radius 1 and centre $(-\frac{1}{2}, 0, 0)$.

देखाओ ये

$r(t) = \left(\cos^2 t - \frac{1}{2}, \sin t \cos t, \sin t \right)$ একটি বক্ররেখার parameterization যা $\frac{1}{2}$ ব্যাসার্ধ ও z -অক্ষ বিশিষ্ট গোলাকার চোঙ এবং 1 ব্যাসার্ধ ও $(-\frac{1}{2}, 0, 0)$ কেন্দ্রবিন্দুর গোলকের ছেদ।

(c) Compute k , τ , t , n and b for the curve

$$r(t) = \left(\sin^2 \frac{t}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2} \sin t \sqrt{2}, \frac{t}{\sqrt{2}} \right)$$

and verify the Frenet-Serret equation.

k , τ , t , n এবং b গুলি $r(t) = \left(\sin^2 \frac{t}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2} \sin t \sqrt{2}, \frac{t}{\sqrt{2}} \right)$ বক্ররেখার ক্ষেত্রে নির্ণয় কর।

এছাড়াও Frenet-Serret সমীকরণটি পরীক্ষা কর।

কর্ম $r(t) = \left(\sin^2 \frac{t}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2} \sin t \sqrt{2}, \frac{t}{\sqrt{2}} \right)$ को लागि k , τ , t , n र b गणना गर्नुहोस् र

Frenet-Serret equation प्रमाणित गर्नुहोस्।

(d) (i) Show that the involute of

$$r(t) = (t, \cosh t)$$

3+4

$$\text{is } x = \cosh^{-1} \left(\frac{1}{y} \right) - \sqrt{1 - y^2}.$$

देखाउं योः

$$r(t) = (t, \cosh t)$$

এর involute-টি হল

$$x = \cosh^{-1} \left(\frac{1}{y} \right) - \sqrt{1 - y^2}$$

$r(t) = (t, \cosh t)$ को involute $x = \cosh^{-1} \left(\frac{1}{y} \right) - \sqrt{1 - y^2}$ हो देखाउनुहोस्।

(ii) Find the torsion of the curve

$$r(t) = \left(\frac{1}{3}(1-t)^{3/2}, \frac{1}{3}(1+t)^{3/2}, \frac{t}{\sqrt{2}} \right).$$

$$r(t) = \left(\frac{1}{3}(1-t)^{3/2}, \frac{1}{3}(1+t)^{3/2}, \frac{t}{\sqrt{2}} \right)$$

बक्ररेखाটির व्यावर्त (torsion) निर्णय कर।

कर्म $r(t) = \left(\frac{1}{3}(1-t)^{3/2}, \frac{1}{3}(1+t)^{3/2}, \frac{t}{\sqrt{2}} \right)$ को torsion खोजनुहोस्।

—x—