



**UNIVERSITY OF NORTH BENGAL**  
B.Sc. General Part-II Examination, 2021

**MATHEMATICS**

**PAPER-IV**

**ASSIGNMENT**

Full Marks: 50

*The figures in the margin indicate full marks.  
All symbols are of usual significance.*

**GROUP-A / বিভাগ-ক**

**Answer all questions**

10×2 = 20

সবগুলি প্রশ্নের উত্তর দাও

1. (a) Evaluate:  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \sin x} dx$  5

$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \sin x} dx$  মান নির্ণয় কর।

(b) Let  $I_n = \int_0^1 x^n \tan^{-1} x dx$ , ( $n > 2$ ). Prove that  $(n+1)I_n + (n-1)I_{n-2} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{n}$ . 5

ধর  $I_n = \int_0^1 x^n \tan^{-1} x dx$ , ( $n > 2$ ) প্রমাণ কর  $(n+1)I_n + (n-1)I_{n-2} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{n}$ ।

2. (a) Evaluate: / মান নির্ণয় করঃ 5

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{(2n-1)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(4n-2)^2}} + \dots + \frac{1}{n} \right]$$

(b) Which of the following integrals converge? 5

নিম্নলিখিত সমাকলগুলির মধ্যে কোনটি অভিসারী (Converge) হবে ?

(i)  $\int_1^{\infty} e^{-x^2} dx$       (ii)  $\int_1^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$

**GROUP-B / বিভাগ-খ**

**Answer all questions**

10×1 = 10

সবগুলি প্রশ্নের উত্তর দাও

3. (a) Solve: / সমাধান করঃ 5

$$(1 + xy)y dx + (1 - xy)x dy = 0$$

- (b) Find the orthogonal trajectories of the family of coaxial circles  $x^2 + y^2 + 2gx + c = 0$ , where  $g$  is a parameter and  $c$  a constant. 5

একই অক্ষবিশিষ্ট বৃত্তগোষ্ঠীর  $x^2 + y^2 + 2gx + c = 0$  Orthogonal trajectory গুলি নির্ণয় কর, যেখানে  $g$  হল প্রাচল (parameter) এবং  $c$  একটি ধ্রুবক।

**GROUP-C / বিভাগ-গ**

**Answer all questions**

10×2 = 20

সবগুলি প্রশ্নের উত্তর দাও

4. (a) The circle  $x^2 + y^2 = 1$  is divided into three parts by the hyperbola  $x^2 - 2y^2 = \frac{1}{4}$ . 5  
Determine the area of these three parts.

$x^2 - 2y^2 = \frac{1}{4}$  এই অধিবৃত্তটি দ্বারা  $x^2 + y^2 = 1$  বৃত্তটি তিনটি অংশে বিভক্ত। এই উক্ত তিনটি অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

- (b)  $\iint_R \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ , where  $R$  is the triangle bounded by  $y = 0$ ,  $y = x$  and  $x = 1$ . 5

মান নির্ণয় করঃ  $\iint_R \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ , যেখানে  $R$  একটি ত্রিভুজাকার অঞ্চল যাহা  $y = 0$ ,  $y = x$  এবং  $x = 1$  দ্বারা আবদ্ধ।

5. (a) Solve the differential equation  $(px^2 + y^2)(px + y) = (p+1)^2$  by reducing it to Clairaut's form and find the singular solution if it exists. 5

Clairaut-এর রূপে রূপান্তরিত করে  $(px^2 + y^2)(px + y) = (p+1)^2$  অবকল সমীকরণটি সমাধান কর এবং Singular solution টি নির্ণয় কর (যদি Solution টি থেকে থাকে)।

- (b) Solve: / সমাধান করঃ 5

$$x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} + 2x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 2y = 10\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

—×—