



UNIVERSITY OF NORTH BENGAL
B.Sc. General Part-II Examination, 2021

MATHEMATICS
PAPER-VI

Full Marks: 50

ASSIGNMENT

*The figures in the margin indicate full marks.
All symbols are of usual significance.*

Answer all the questions

সবগুলি প্রশ্নের উত্তর দাও

GROUP-A

5×3 =15

বিভাগ-ক

1. A particle is projected upwards with a velocity u in a medium whose resistance varies as the square of the velocity V . Prove that it will return to the point of projection with the velocity $v = \frac{uV}{\sqrt{u^2 + V^2}}$ after a time $\frac{V}{g}(\tan^{-1} \frac{u}{V} + \tanh^{-1} \frac{v}{V})$.

একটি কণাকে (Particle) u বেগে উপরের দিকে ছোড়া হল, যেখানে বায়ুমণ্ডলের বাধা (Resistance) বেগ V এর বর্গের সহিত সমানুপাতিক। প্রমাণ কর যে কণাটি উৎক্ষেপণ বিন্দুতে ফিরে আসবে

$v = \frac{uV}{\sqrt{u^2 + V^2}}$ বেগে এবং $\frac{V}{g}(\tan^{-1} \frac{u}{V} + \tanh^{-1} \frac{v}{V})$ সময় পরে।

2. A particle subject to central force per unit of mass equal to $\mu\{2(a^2 + b^2)u^5 - 3a^2b^2u^7\}$ is projected at a distance a with a velocity $\frac{\sqrt{\mu}}{a}$ in a direction at right angles to the initial distance. Show that the path is the curve $r^2 = a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta$. Where $u = \frac{1}{r}$.

একটি কণা, যাহা $\mu\{2(a^2 + b^2)u^5 - 3a^2b^2u^7\}$ কেন্দ্রীয় বল প্রতি একক ভরের মানের দ্বারা চালিত, কে a দূরত্ব হইতে প্রাথমিক দূরত্বের সহিত লম্বভাবে $\frac{\sqrt{\mu}}{a}$ বেগের সহিত ছোড়া হল। দেখাও যে কণাটির

চলন পথ হচ্ছে $r^2 = a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta$, যেখানে $u = \frac{1}{r}$ ।

3. A particle moves from rest in a straight line under an attractive force $\mu \times (\text{distance})^{-2}$ per unit mass to a fixed point on the line. Show that if the initial distance from the centre of force be $2a$, then the distance will be a after a time

$$\left(\frac{\pi}{2} + 1\right)(a^3/\mu)^{1/2}$$

একটি সরলরেখা বরাবর চলমান একটি কণা স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে $\mu \times (\text{distance})^{-2}$ মানের আকর্ষণ বল প্রতি একক ভরের জন্য দ্বারা চালিত এবং উক্ত বল সরলরেখার উপর অবস্থিত একটি স্থির বিন্দু বরাবর কার্য কর। যদি উক্ত কেন্দ্রীয় স্থির বিন্দু থেকে উক্ত কণাটির প্রাথমিক দূরত্ব $2a$ হয়, তবে দেখাও যে উক্ত দূরত্ব a হবে $\left(\frac{\pi}{2} + 1\right)(a^3/\mu)^{1/2}$ সময় পরে।

GROUP-B

5×3=15

বিভাগ-খ

4. If the lines of regression of y on x and x on y are $3x+2y=26$ and $6x+y=31$ respectively, find the correlation coefficient between x and y .

যদি y on x এবং x on y Regression line দ্বয় যথাক্রমে $3x+2y=26$ এবং $6x+y=31$ হয়, তবে x ও y এর মধ্যকার Correlation coefficient মান নির্ণয় কর।

5. If a random variable X has its probability density function $f(x)=kx^2$ ($0 \leq x \leq 1$). Determine the value of the constant k . Also find $P\left(\frac{1}{3} \leq X \leq \frac{1}{2}\right)$.

যদি একটি Random variable X -এর Probability density function $f(x)=kx^2$ ($0 \leq x \leq 1$) হয়, তবে ধ্রুবক k এর মান নির্ণয় কর এবং $P\left(\frac{1}{3} \leq X \leq \frac{1}{2}\right)$ এর মান।

6. Find the median of the values 12, 48, 30, 112, 62, 94, 75, 98.

12, 48, 30, 112, 62, 94, 75, 98 -এর Median এর মান নির্ণয় কর।

GROUP-C

10×2=20

বিভাগ-গ

7. (a) A particle is projected vertically upwards with a velocity λV , the resistance of the air being k times the velocity per unit mass. If V be the terminal velocity of the particle, then show that the greatest height attained by it is $\frac{V^2}{g}\{\lambda - \log(1 + \lambda)\}$, 5+2+3

where g is the acceleration due to gravity.

একটি কণাকে উপরের দিকে λV বেগে ছোড়া হল, যেখানে বায়ুর বাধা k (Velocity) প্রতি একক ভরের জন্য। যদি V উক্ত কণাটির Terminal velocity হয়, তবে দেখাও যে কণাটি সর্বোচ্চ উচ্চতা

$\frac{V^2}{g}\{\lambda - \log(1 + \lambda)\}$ পর্যন্ত উপরের দিকে উঠবে। যেখানে g হচ্ছে Acceleration due to gravity।

- (b) If the radial velocity of a particle is proportional to the cross-radial velocity, find the path of it.

যদি একটি কণার Radial বেগ তাহার Cross-radial বেগের সহিত সমানুপাতিক হয়, তবে উক্ত কণাটির চলন পথ নির্ণয় কর।

- (c) A particle moves towards a centre of attraction starting from rest at a distance a from the centre. If its velocity when at any distance x from the centre varies as $\sqrt{\frac{a^2 - x^2}{x^2}}$, then find the law of force.

একটি কণা বলের কেন্দ্র থেকে a দূরত্বে স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে বলের কেন্দ্রের দিকে চলমান।

যদি কেন্দ্র থেকে x দূরত্বে কণাটির বেগ $\sqrt{\frac{a^2 - x^2}{x^2}}$ এর সমানুপাতিক হয়, তবে চলন বলের law of force মান নির্ণয় কর।

8. (a) Find the regression line from the following data:

5+5

নিম্নলিখিত মান থেকে Regression line নির্ণয় করঃ

X	3	1	6	3	4
Y	7	2	14	8	10

- (b) If X and Y are two independent variables such that $E(Y(X+1)) = 15$ and $E(X) = 2$, then find $E(Y)$.

যদি X ও Y দুটি Independent variable হয় এবং $E(Y(X+1)) = 15$ এবং $E(X) = 2$, হয় তবে $E(Y)$ এর মান নির্ণয় কর।

—×—